

**Пример контрольной работы №3 «Способ Верещагина»
(для специальностей ПГС, ГСХ, ВВ)**

Дано: стальная балка с нагрузкой приведена на рис. 1. Необходимо подобрать двутавровое поперечное сечение, если расчетное сопротивление материала балки $R=160$ МПа. Вычислить прогиб и угол поворота в точке С.

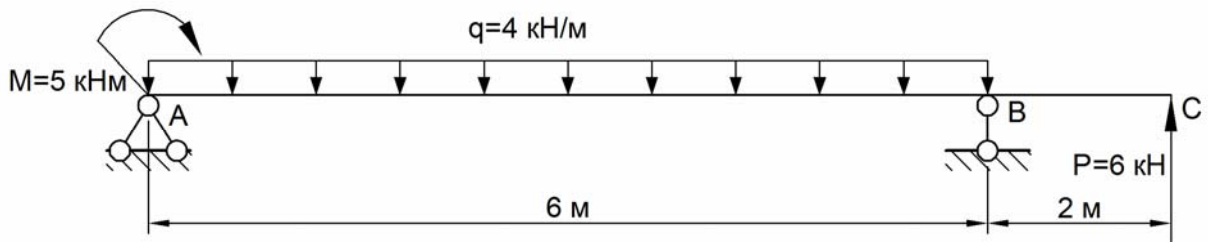


Рис. 1.

Решение:

1. Определение опорных реакций:

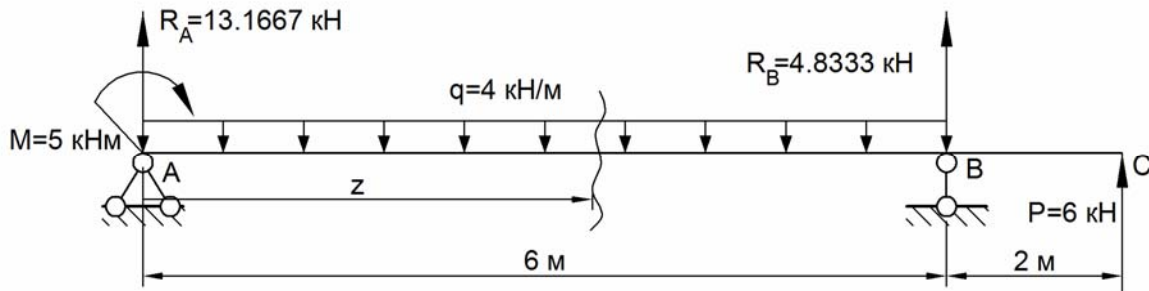


Рис. 2.

$$\sum M_B = M + R_A \cdot 6 - q \cdot 6 \cdot 3 - P \cdot 2 = 0$$

$$R_A = \frac{q \cdot 6 \cdot 3 + P \cdot 2 - M}{6} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 3 + 6 \cdot 2 - 5}{6} = 13.1667 \text{ кН}$$

$$\sum M_A = M + q \cdot 6 \cdot 3 - R_B \cdot 6 - P \cdot 8 = 0$$

$$R_B = \frac{M + q \cdot 6 \cdot 3 - P \cdot 8}{6} = \frac{5 + 4 \cdot 6 \cdot 3 - 6 \cdot 8}{6} = 4.8333 \text{ кН}$$

2. Проверка:

$$\sum Y = R_A - q \cdot 6 + R_B + P = 13.1667 - 4 \cdot 6 + 4.8333 + 6 = 0$$

3. Построение эпюр M, Q

Эпюры M, Q удобно строить по точкам, без записи уравнений. А уравнения следует записать только для участка с распределенной нагрузкой, на котором, как видно из эпюры поперечных сил (пересечение горизонтальной оси) на эпюре изгибающих моментов находится экстремум.

$$Q(z) = R_A - q \cdot z = 13.1667 - 4 \cdot z$$

Обозначим координату пересечения горизонтальной оси эпюрой поперечных сил z_A . Тогда:

$$Q(z_A) = 13.1667 - 4 \cdot z_A = 0, \Rightarrow z_A = \frac{13.1667}{4} = 3.2917 \text{ м}$$

$$M(z) = M + R_A \cdot z - q \cdot \frac{z^2}{2} = 5 + 13.1667 \cdot z - 2 \cdot z^2, \text{ экстремальное значение изгибающего}$$

$$\text{момента } M(z_A = 3.2917) = 5 + 13.1667 \cdot 3.2917 - 2 \cdot 3.2917^2 = 26.6702 \text{ кНм}$$

4. Подбор поперечного сечения:

Как видно из рис. 2. максимальный изгибающий момент $|M_{\max}| = 26.6702 \text{ кН}$, требуемый момент сопротивления:

$$W_x^{mp} = \frac{|M_{\max}|}{R} = \frac{26.6702 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} \cdot 10^{-6} = 166.69 \text{ см}^3$$

По сортаменту принимаем двутавр №20, у которого $W_x = 184 \text{ см}^3$, $I_x = 1840 \text{ см}^4$.

5. Разбиение грузовой эпюры на площади и вычисление площадей:

Как видно из рис. 2., криволинейную трапецию на участке АВ можно разбить на прямоугольник, прямоугольный треугольник и сегмент параболы. На участке ВС эюра состоит из прямоугольного треугольничка. Обозначим центры тяжести этих фигур, как видно из рисунка, все площади положительные:

$$w_1 = \frac{q \cdot l^3}{12} = \frac{4 \cdot 6^3}{12} = 72 \text{ кНм}, w_2 = \frac{(12-5) \cdot 6}{2} = 21 \text{ кНм}, w_3 = 5 \cdot 6 = 30 \text{ кНм}, w_4 = \frac{12 \cdot 2}{2} = 12 \text{ кНм}$$

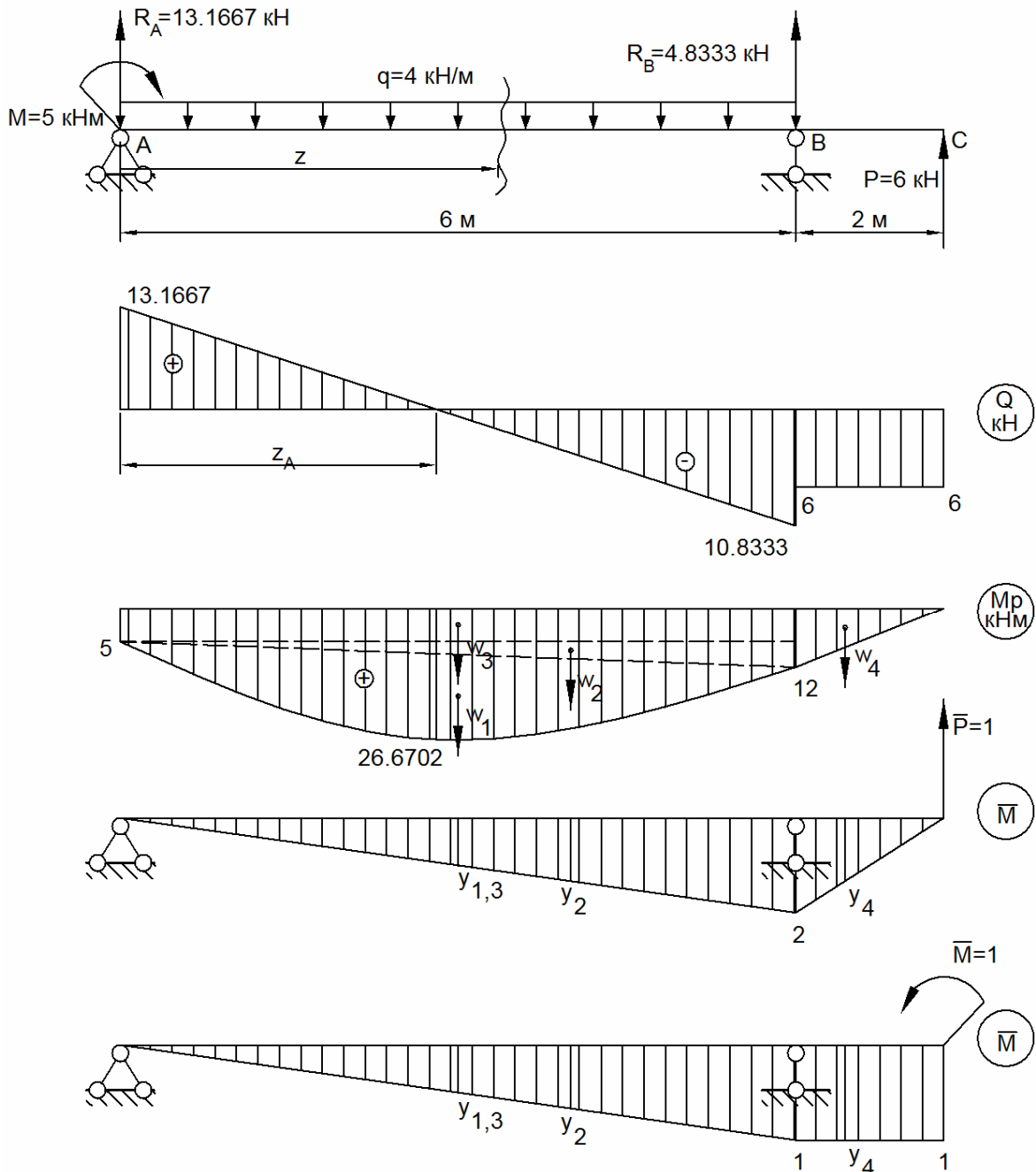


Рис. 3.

6. Построение единичных эпюр и вычисление ординат, прогиба и перемещения:

Единичные эпюры так же удобно строить по точкам см. рис. 3. Если этот способ вызывает затруднения, то можно строить как обычные эпюры моментов с нахождением опорных реакций и записью уравнений моментов на каждом участке.

Ординаты под центрами тяжести фигур на грузовой эпюре следует находить из геометрических соображений. Вычисления и ординаты приведены в таблице. *При выполнении контрольной работы обращайтесь внимание на знаки площадей и ординат под ними!*

i	w_i	$EI_x V_C$		$E_x I \varphi_C$	
		y_i	$y_i w_i$	y_i	$y_i w_i$
1	72	1	72	0.5	36
2	21	1.3333	27.9993	0.6667	14.0007
3	30	1	30	0.5	15
4	12	1.3333	15.9996	1	12
Σ			145.9989		77.0007

7. Вычисление абсолютных значений угла поворота и прогиба:

$$V_C = \frac{145.9989}{EI_x} = \frac{145.9989 \cdot 10^3}{2.06 \cdot 10^{11} \cdot 1840 \cdot 10^{-8}} = 3.85 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\varphi_C = \frac{77.0007}{EI_x} = \frac{77.0007 \cdot 10^3}{2.06 \cdot 10^{11} \cdot 1840 \cdot 10^{-8}} = 2.03 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$$

Т.к. значения прогиба и угла поворота оказались положительными, следовательно, прогиб и угол поворота происходят по направлениям приложенных единичной силы и единичного момента соответственно.