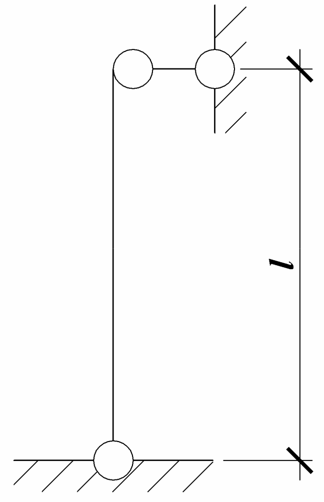
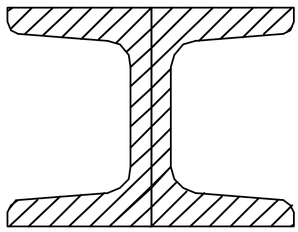
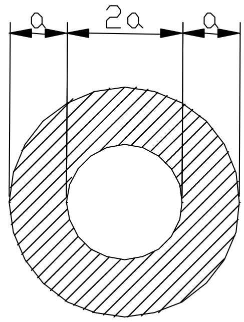
Пример контрольной работы на устойчивость

Дано: P=250кН, *l*=2м, R=200МПа







Необходимо подобрать 2 типа поперечного сечения и вычислить для обоих типов сечения критическую силу $P_{кр}$ и коэффициент запаса устойчивости $k_{уст}$.

1) Подберем сечение из 2-х швеллеров

Из сортамента выписываем коэффициент приведения длины:

μ=1

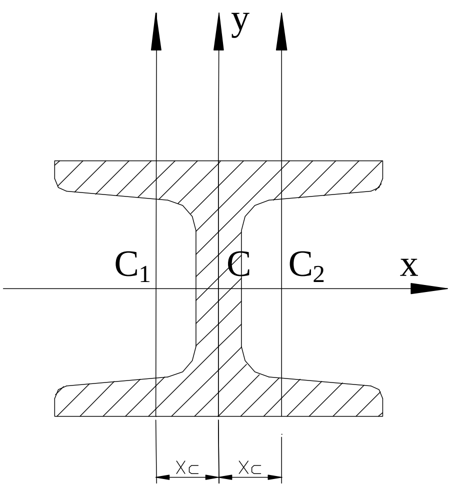
Принимаем значение коэффициента продольного изгиба равное $\varphi_1=0{,}5$

Требуемая площадь поперечного сечения стойки

$$F_{тр}=\frac{P}{2\varphi R}=\frac{250\cdot 10^3}{2\cdot 0.5\cdot 200\cdot 10^6}\cdot 10^4=12.5см^2$$

Принимаем по сортаменту сечение стойки из 2[12

$F^{[}=13.3см^2$, $I_x^{[}=304см^4$, $I_y^{[}=31.2см^4$, $x_c=1.54см$



Определение геометрических характеристик площади сечения:

$$F=2F^{[}=2\cdot 13.3=26.6см^2$$

$$I_x=\sum_{i=1}^{2}\left(I_{xi}+b_i^2\cdot F_i\right)=2\left(I_x^{[}\right)=2\cdot 174=348см^4$$

$$I_y=\sum_{i=1}^{2}\left(I_{yi}+a_i^2\cdot F_i\right)=2\left(I_y^{[}+x_c^2\cdot F^{[}\right)=$$

$$2(31.2+1.54^2\cdot 13.3)=125.48см^4$$

Т.к. коэффициенты приведения длины в обеих плоскостях закрепления одинаковы, потеря устойчивости произойдет в плоскости с наибольшей гибкостью. Наибольшая гибкость будет в плоскости с наименьшим моментом инерции.

$I_{\min}=I_y=125.48$, следовательно, xOz (перпендикулярная оси y) – плоскость потери устойчивости, расчет будем вести относительно оси y.

Радиус инерции:

$$i=\sqrt{\frac{I_{\min}}{F}}=\sqrt{\frac{125.48}{26.6}}=2.17см$$

Гибкость:

$$\lambda_1=\frac{\mu l}{i}=\frac{1\cdot 200}{2.17}=92.16\approx 92$$

Соответствующий коэффициент продольного изгиба находим по таблице для R=200 МПа

$\Rightarrow \varphi_1^{/}=0{,}6517$

$\sigma_1 = \frac{P}{\varphi_1^{/} F} = \frac{250 \cdot 10^3}{0.6517 \cdot 26.6 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 144.21 МПа < R = 200 МПа$, следовательно, стержень недогружен

$\Delta_1 = \frac{R - \sigma_1}{R} = \frac{200 - 144.21}{200} \cdot 100\% = 28\%$ недогруз

<u>Приближение 2</u>

$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1^{/}}{2} = \frac{0.5 + 0.6517}{2} = 0.5759$

$F_{тр} = \frac{P}{2\varphi R} = \frac{250 \cdot 10^3}{2 \cdot 0.5759 \cdot 200 \cdot 10^6} \cdot 10^4 = 10.85 см^2$

Принимаем сечение стойки из 2[10

Здесь выписываем из сортамента только те данные, которые необходимы для вычисления $I_{\min} = I_y$:

$F^{[} = 10.9 см^2$, $I_y^{[} = 20.4 см^4$, $x_c = 1.44 см$

$I_{\min} = I_y = 2\left(20.4 + 1.44^2 \cdot 10.9\right) = 86.00 см^4$

$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{86}{10.9 * 2}} = 1.99 см$

$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \cdot 200}{1.99} = 100.5 \approx 101 \Rightarrow \varphi_2^{/} = 0.5924$

$\sigma_2 = \frac{P}{\varphi_2^{/} F} = \frac{250 \cdot 10^3}{0.5924 \cdot 2 \cdot 10.9 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-6} = 193.58 МПа < R = 200 МПа$, следовательно стержень недогружен

$\Delta_2 = \frac{R - \sigma_2}{R} = \frac{200 - 193.58}{200} \cdot 100\% = 3\%$ недогруз

окончательно принимаем сечение стойки из 2[10

Критическая сила

Т.к. $\lambda = 100.5 > 100$, то критическую силу вычисляем по формуле Эйлера

$P_{кр} = \sigma_{кр} \cdot F = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \cdot F = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{100.5^2} \cdot 10.9 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} = 426.04$ кН

коэффициент запаса устойчивости

$k_{уст} = \frac{P_{кр}}{P} = \frac{426.04}{250} = 1.7$

2) подберем круглое сечение

Принимаем значение коэффициента продольного изгиба равное φ_1=0,5

Требуемая площадь поперечного сечения стойки

$$F_{тр} = \frac{P}{\varphi R} = \frac{200 \cdot 10^3}{0.5 \cdot 200 \cdot 10^6} \cdot 10^4 = 20 см^2$$

Определяем геометрические характеристики заданного сечения

$F = \pi(2a)^2 - \pi(1a)^2 = 3\pi a^2 = 9.4248 a^2$

$I_x = I_y = \frac{\pi(2a)^4}{4} - \frac{\pi(1a)^4}{4} = \frac{15\pi a^4}{4} = 3.75\pi a^4 = 11.7810 a^4$

Т.к. коэффициенты приведения длины в обеих плоскостях закрепления одинаковы, потеря устойчивости произойдет в плоскости с наибольшей гибкостью. Наибольшая гибкость будет в плоскости с наименьшим моментом инерции.

Т.к. моменты инерции в обоих плоскостях одинаковы, то $I_{\max} = 11.7810 a^4$

$i=\sqrt{\dfrac{I_{\max}}{F}}=\sqrt{\dfrac{11.7810a^4}{9.4248a^2}}=1.1180a$,

$\lambda=\dfrac{\mu l}{i}=\dfrac{1\cdot 2}{1.1180a}=\dfrac{1.7889}{a}$

$a=\sqrt{\dfrac{F}{9.4248}}$, $F=\dfrac{P}{R\varphi}\Rightarrow a=\sqrt{\dfrac{P}{9.4248R\varphi}}=\sqrt{\dfrac{250\cdot 10^3}{9.4248\cdot 200\cdot 10^6\varphi}}=\dfrac{11.52\cdot 10^{-3}}{\sqrt{\varphi}}$

$\lambda=\dfrac{1.7889}{a}=1.7889\dfrac{\sqrt{\varphi}}{11.52\cdot 10^{-3}}=155.33\sqrt{\varphi}$

Приближение 1

$\varphi_1=0.5$, $\lambda_1=155.33\sqrt{\varphi}=155.33\sqrt{0.5}=109.83\approx 110$, $\varphi_1^{/}=0.5988$

Приближение 2

$\varphi_2=\dfrac{\varphi_1+\varphi_1^{/}}{2}=\dfrac{0.5+0.5988}{2}=0.5494$, $\lambda_2=155.33\sqrt{0.5494}=115.13\approx 115$, $\varphi_2^{/}=0.5672$

Приближение 3

$\varphi_3=\dfrac{\varphi_2+\varphi_2^{/}}{2}=\dfrac{0.5494+0.5672}{2}=0.5583$

$\lambda_3=173.6643\sqrt{0.5583}=116.06\approx 116$, $\varphi_3^{/}=0.5610$

Приближение 4

$\varphi_4=\dfrac{\varphi_3+\varphi_3^{/}}{2}=\dfrac{0.5583+0.5610}{2}=0.5596$

$\lambda_4=173.6643\sqrt{0.5596}=116.2\approx 116$, $\varphi_4^{/}=0.5610$

Итерации следует прекратить, если у коэффициентов продольного изгиба φ_i и $\varphi_i^{/}$ совпали 2 цифры после запятой или, как в данном случае, гибкость в последнем приближении получается такая же, как и в предыдущем.

Площадь:

$a=\dfrac{11.52\cdot 10^{-3}}{\sqrt{0,5610}}=0.0154м$, принимаем a=0.016м

$\sigma=\dfrac{P}{\varphi F}=\dfrac{250\cdot 10^3}{0.5610\cdot 9.4248\cdot 0.016^2}\cdot 10^{-6}=184.7МПа > R=200МПа$

недогруз

$\Delta=\dfrac{R-\sigma}{R}=\dfrac{200-184.7}{200}\cdot 100\%=8\%$

принимаем $a=0.016м$

Критическую силу вычисляем по формуле Эйлера, т.к.

$\lambda=116.2>100$

$P_{кр}=\sigma_{кр}\cdot F=\dfrac{\pi^2E}{\lambda^2}\cdot F=\dfrac{\pi^2\cdot 2\cdot 10^{11}}{116.2^2}\cdot 9.4248\cdot 0.016^2\cdot 10^{-3}=352.72$ кН

$k_{уст}=\dfrac{P_{кр}}{P}=\dfrac{352.72}{250}=1.41$